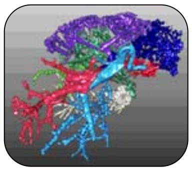
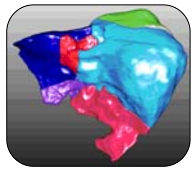




Biosignalverarbeitung

Werner Backfrieder

Studiengang Medizin-Informatik

Inhalt

- Grundlagen der Elektrizitätslehre
  - Signale
- Fourieranalyse
- Digitalisierung von Signalen
- lineare zeitinvariante Systeme (LTI-Systeme)
- digitale Filter
- adaptive Filter
  - Wiener Filter
  - PCA-Filter

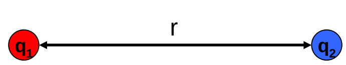
Grundlagen der Elektrizitätslehre

Inhalt

- Elektrostatik
- Ohm'scher Kreis
  - Kirchoff'schen Gesetze
- Wechselstromkreis
  - kapazitiver und induktiver Widerstand
  - RC-Glied als Filter
  - LC-Schwingkreis

Coulombsches Gesetz

- Kraft (Wechselwirkung) zwischen zwei geladenen Teilchen
  - direkt proportional zum Produkt der Ladungen q_1 und q_2 [Coulomb]
  - indirekt proportional zum Quadrat des Abstandes



$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$$

ε_0= 8,854*10^{-12}As/Vm

Dielektrizitätskonstante des Vakuums

Elektrisches Feld

- Elektrisches Feld
  - Jeder Ladung ist ein elektrisches Feld zugeordnet. Das die elektrische Feldstärke E entspricht jener Kraft, die auf eine positive Einheitsladung (1C) ausgeübt wird.
  - Das elektrische Feld ist eine vektorielle Größe (Betrag / Richtung)
  - Richtung: Die Feldrichtung wird durch die Bewegungsrichtung eines positiv geladenen Teilchens im Feld bestimmt.
  - Betrag = Feldstärke

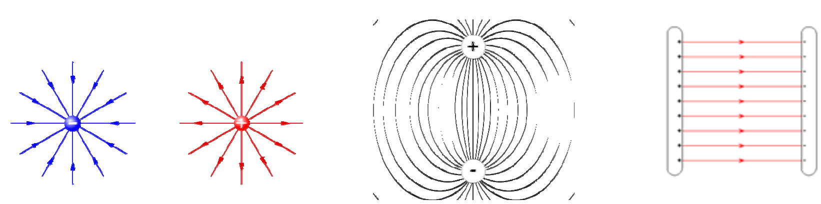
$$E = F / q$$

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$$

Feld einer Punktladung *q*,
Abhängigkeit von *r*.

Feldlinien

- Feldlinien dienen zur Veranschaulichung des elektrischen Feldes.
- Die Feldlinie zeigt die Richtung des Feldes im Raum an.
- Die Dichte der Feldlinien ist ein Maß für die Feldstärke.



(a) **(b)** **(c)**

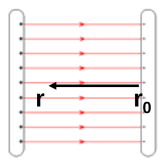
Beispiele elektrischer Felder: (a) elektrische Monopole, (b) Dipol, (c) homogenes Feld eines Plattenkondensators

Werner Backfrieder University of Applied Sciences Hagenberg

Potential - Spannung

- Das Potential Φ eines Punktes *r* in einem Feld, ist jene Arbeit, die verrichtet werden muß, um eine Einheitsladung im Feld *E* von einem Bezugspunkt r_0 nach *r* zu bringen.
- Das Potential ist immer von einer Eichkonstante $\Phi(r_0)$ abhängig.
- Die Spannung ist der Potentialunterschied zwischen zwei Punkten im Feld $U=\Phi(r_2)-\Phi(r_1)$

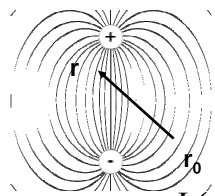
homogenes Feld



$$\Phi(r) = E \cdot (r - r_0)$$

Arbeit=Kraft x Weg

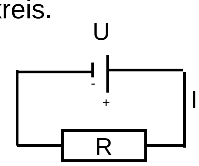
inhomogenes Feld



$$\Phi(r) = \int_{r_0}^{r} \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

Stromkreis

- Eine Spannungsquelle und ein Verbraucher bilden einen elektrischen Stromkreis.



- Der Zusammenhang zwischen der Stromstärke *I*, der angelegten Spannung *U* und dem ohmschen Widerstand *R* ist durch das Ohmsche Gesetz gegeben.

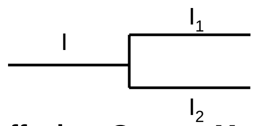
$$U = R \cdot I$$

- Definition des Stroms: Ladung die pro Zeiteinheit durch einen Leiterquerschnitt fließt.

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

Kirchhoffsche Gesetze

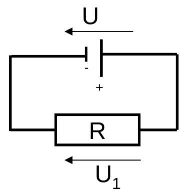
- **1. Kirschoffsches Gesetz, *Knotenregel***
  - Die Summe der an einem Knoten zu- und abfließenden Ströme ist gleich Null.



$I=I_1+I_2$ Ladungserhaltung

- **2. Kirchhoffsches Gesetz, *Maschenregel***
  - *In einer Schleife ist die Summe aller Spannungen gleich Null.*

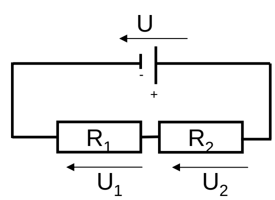
$U=-U_1$
Die beiden Spannungen sind gegengleich.



Die Stromquelle baut die Spannung U auf, die als Spannung U_1 am Widerstand R abfällt.

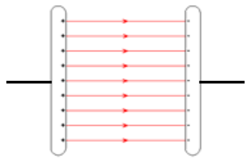
Spanungsteiler

1. $U=U_1+U_2$
2. $U_1=U-R_2I$
3. $U_1=U-R_2U/(R_1+R_2)$
4. $U_1=U(1-R_2/(R_1+R_2))$
5. $U_1=(R_1/(R_1+R_2))U$



Beispiel Biosignale: Biologische Signale sind durch geringe Signalstärke und hohen Innenwiderstand (R_2) gekennzeichnet. Um ein Signal in entsprechender Güte zu messen, muss die Messschaltung über einen hochohmigen Eingang (R_1) verfügen.

Kondensator - Impedanz



Werden die beiden Platten eines Kondensators ungleich aufgeladen, so wird ein elektrisches Feld im Inneren des Kondensators aufgebaut. Die dem Feld zugeordnete Spannung und die Ladung des Kondensators bilden den Zusammenhang:

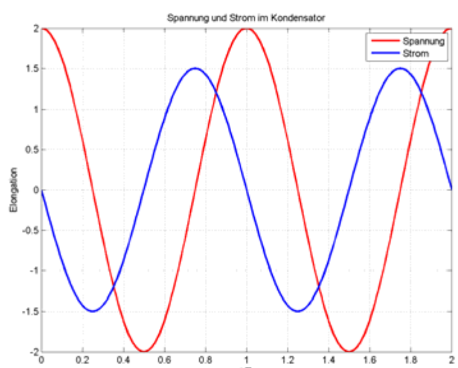
$$Q = C \cdot U$$

Durch Anlegen einer Wechselspannung lädt und entlädt sich der Kondensator periodisch. Der Zusammenhang von Strom und Spannung im Kondensator lässt sich wie folgt darstellen:

$$I = \frac{dQ}{dt}; \quad U = U_s \cos(\omega t)$$

$$\frac{dQ}{dt} = C\frac{dU}{dt} = -CU_s \omega \sin(\omega t)$$

Strom-Spannung Kondensator



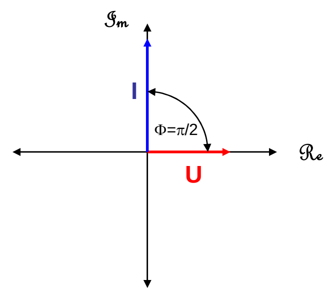
Der Strom läuft der Spannung um *90°*=π/2 vor. Die Phasenverschiebung beträgt Φ=+π/2.

$$I = -\omega C U_s \sin(\omega t) = \omega C U_s \cos(\omega t + \pi/2)$$

Impedanz Kondensator

Analog dem Ohmschen Gesetz $U=R\cdot I$ wird für Wechselstrom die Beziehung zwischen Spannung und Strom durch die Impedanz Z ausgedrückt, dabei handelt es sich wegen der Phasenbeziehung um eine komplexe Größe.

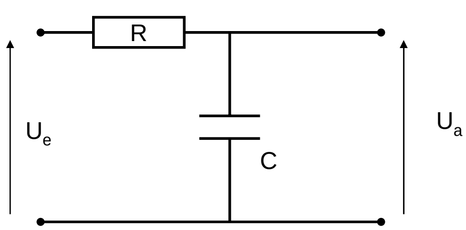
$$U = U_s \cos(\omega t + \pi/2)$$
$$I = \omega C U_s \cos(\omega t + \pi/2)$$
$$U = Z \cdot I$$
$$Z = -\frac{i}{\omega C}$$



Darstellung in der komplexen Ebene

RC-Glied

RC-Glied einfache Form des Tiefpass-Filters, i.e. ein frequenzabhängiger Spannungsteiler. Das Übertragungsverhalten ist das Verhältnis der Eingangsspannung U_e zur Spannung U_a, die am Kondensator abfällt.



$$\frac{Ua}{Ue} = \frac{-\frac{i}{\omega C}}{R - \frac{i}{\omega C}} = \frac{1}{1 + i\omega RC}$$

$$\left|\frac{Ua}{Ue}\right|^2 = \frac{1}{1 + (\omega RC)^2}$$

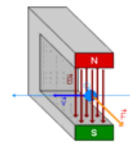
$\omega \ll 1/RC$: das Übertragungsverhältnis geht gegen 1, d.h. tiefe Frequenzen gehen durch, Tiefpass
$\omega \gg 1/RC$: hohe Frequenzen werden abgeschwächt, Phasenverschiebung

Lorentzkraft

Bewegt sich ein elektrisch geladenes Teilchen in einem Magnetfeld, wird es durch die *Lorentzkraft* abgelenkt. Die Richtung der Kraft ist senkrecht zur Bewegungsrichtung und zum Magnetfeld.

$$\vec{F} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$

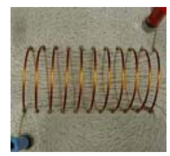
q Ladung
v Geschwindigkeit
B Magnetfeld.



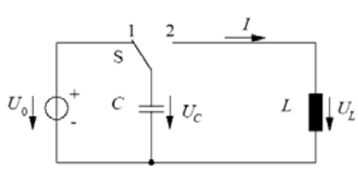
Spule - Selbstinduktion
Eine an eine Spule angelegt Wechselspannung bewirkt eine Umkehr des Stromes, bei gleichzeitig aufgebautem Magnetfeld, dadurch wird eine Spannung induziert, die dem Strom entgegenwirkt, die Selbstinduktionsspannung.

$$U = -L\frac{dI}{dt}$$

L Induktivität der Spule
I Strom
U Spannung



LC-Schwingkreis



$$U_C + U_L = 0$$

$$-\frac{Q}{C} - L\frac{dI(t)}{dt} = 0$$

$$-\frac{I(t)}{C} - L\frac{d^2I(t)}{dt^2} = 0$$

$$I(t) = e^{\alpha t} \Rightarrow -\frac{e^{\alpha t}}{C} - L\alpha^2 e^{\alpha t} = 0$$

$$\alpha^2 = -\frac{1}{LC} \Rightarrow \underline{\alpha = \pm\frac{i}{\sqrt{LC}}}$$

komplexes periodisches Signal

$$e^{\pm i\frac{1}{\sqrt{LC}}t} = \cos(\pm\frac{1}{\sqrt{LC}}t) + i\sin(\pm\frac{1}{\sqrt{LC}}t)$$