Adaptive Filter

SE:MED 4. Semester

Werner Backfrieder

Inhalte

- Begriffserklärung „Adaptive Filter“
- Daten Modell
- Signal-Noise-Ratio (SNR)
- Wiener Filter
- Kalman-Filter

Begriffserklärung

- Filtern
  - Faltung des Signals mit einem Faltungskern $x' = y * h$
  - Faltungskern konstant für jedes Signal
  - > *Globaler Filter*
- Adaptiver Filter
  - Faltungskern optimiert für Trennung von Signal und Rauschen
  - Koeffizienten passen sich eigenständig an das Signal an

Datenmodell I

- gemessenes Signal $y(t)$
- „wahres" Signal $x(t)$
- Rauschen $n(t)$
- Signal-Rausch-Verhältnis $x(t)/n(t)$ (SNR-signal-noise-ratio)
  - SNR „hoch" ⇔ „gutes" Signal
  - SNR „niedrig" ⇔ „schwaches" Signal
- Signal und Rauschen immer miteinander verbunden, Trennung nur mittels a priori Information möglich (Daten- oder Noise-Modell)

Daten Modell II

- Beobachtete (gemessenen) Signale oder Daten *y(t)* sind immer mit einer statistischen Unsicherheit oder Rauschen *n(t)* behaftet

$$y(t) = x(t) + n(t)$$

- *n(t)* ist die Abweichnung vom Erwartungswert des Signals *x(t)*
- *n(t)* gehorcht verschiedenen Verteilungen
  - gleichverteilt
  - normalverteilt (Gaußsches Rauschen)
  - Poisson-verteilt
  - Raleigh-verteilt

Wiener Filter I

- y(t)=x(t)+n(t) Signal+Rauschen
- x'(t)=y(t)*h(t) x' gefiltertes Signal
  h Wiener Filter
- $|x-x'|_2$ -> min
- $|x-y*h|_2$ -> min
- Faltungstherorem
- y(t)*h(t) Y(f)H(f)

Wiener Filter II

$$\sum_i \left(X_i - H_i \cdot Y_i\right)^2 =$$

$$\sum_i \left(X_i - H_i \cdot (X_i + N_i)\right)^2 \Rightarrow$$

Einsetzen für gemessenes Signal Y_i

$$H(f) = \frac{|X(f)|^2}{|X(f)|^2 + |N(f)|^2}$$

Frequenzverlauf des Wiener Filters

Wiener Filter III

$$H(f) = \frac{|X(f)|^2}{|X(f)|^2 + |N(f)|^2}$$

- X(f) Power Spektrum des Signals
- N(f) Noise Power Spektrum

- N(f)=0 ⇔ H(f)=1
- X(f)=0 ⇔ H(f)=0

- Problem X(f) und H(f) sind *a priori* unbekannt

Konstruktion des Filters

- Verwendung von Erfahrungswerten
- Modelle für Daten und Noise
- Noise:
  - Gaussian Noise
- Exponentielles Datenmodell mit Grenz-Frequenz

Backfrieder-Hagenberg