

Adaptive Filter

SE:MED 4. Semester

Werner Backfrieder

Backfrieder-Hagenberg

Inhalte

- Begriffserklärung „Adaptive Filter“
- Daten Modell
- Signal-Noise-Ratio (SNR)
- Wiener Filter
- Kalman-Filter

Backfrieder-Hagenberg

Begriffserklärung

- Filtern
 - Faltung des Signals mit einem Faltungskern
 $x'=y*h$
 - Faltungskern konstant für jedes Signal
 - > *Globaler Filter*
- Adaptiver Filter
 - Faltungskern optimiert für Trennung von Signal und Rauschen
 - Koeffizienten passen sich eigenständig an das Signal an

Backfrieder-Hagenberg

Datenmodell I

- gemessenes Signal $y(t)$
- „wahres“ Signal $x(t)$
- Rauschen $n(t)$
- Signal-Rausch-Verhältnis $x(t)/n(t)$ (SNR-signal-noise-ratio)
 - SNR „hoch“ \Leftrightarrow „gutes“ Signal
 - SNR „niedrig“ \Leftrightarrow „schwaches“ Signal
- Signal und Rauschen immer miteinander verbunden, Trennung nur mittels a priori Information möglich (Daten- oder Noise-Modell)

Backfrieder-Hagenberg

Daten Modell II

- Beobachtete (gemessenen) Signale oder Daten $y(t)$ sind immer mit einer statistischen Unsicherheit oder Rauschen $n(t)$ behaftet

$$y(t) = x(t) + n(t)$$

- $n(t)$ ist die Abweichung vom Erwartungswert des Signals $x(t)$
- $n(t)$ gehorcht verschiedenen Verteilungen
 - gleichverteilt
 - normalverteilt (Gaußsches Rauschen)
 - Poisson-verteilt
 - Raleigh-verteilt

Backfrieder-Hagenberg

Wiener Filter I

- $y(t) = x(t) + n(t)$ Signal+Rauschen
- $x'(t) = y(t) * h(t)$ x' gefiltertes Signal
 h Wiener Filter
- $\|x - x'\|_2 \rightarrow \min$
- $\|x - y * h\|_2 \rightarrow \min$
- Faltungstherorem
- $y(t) * h(t)$ $Y(f)H(f)$

Backfrieder-Hagenberg

Wiener Filter II

$$\sum_i (X_i - H_i \cdot Y_i)^2 =$$

$$\sum_i (X_i - H_i \cdot (X_i + N_i))^2 \Rightarrow$$

$$H(f) = \frac{|X(f)|^2}{|X(f)|^2 + |N(f)|^2}$$

Einsetzen für
gemessenes
Signal Y_i

Frequenzverlauf
des Wiener
Filters

Backfrieder-Hagenberg

Wiener Filter III

$$H(f) = \frac{|X(f)|^2}{|X(f)|^2 + |N(f)|^2}$$

- $X(f)$ Power Spektrum des Signals
- $N(f)$ Noise Power Spektrum
- $N(f)=0 \Leftrightarrow H(f)=1$
- $X(f)=0 \Leftrightarrow H(f)=0$
- Problem $X(f)$ und $H(f)$ sind *a priori* unbekannt

Backfrieder-Hagenberg

Konstruktion des Filters

- Verwendung von Erfahrungswerten
- Modelle für Daten und Noise
- Noise:
 - Gaussian Noise
- Exponentielles Datenmodell mit Grenz-Frequenz

Backfrieder-Hagenberg