3.1.2 Filtern im Ortsraum

Analog zu den Filteroperationen im Frequenzraum kann die Bildverbesserung auch im Ortsraum durchgeführt werden. Die Grundlage dazu ist die diskrete Faltung, die jedoch im Sinne einer effizienten Implementierung mit einem kleinen Faltungskern durchgeführt wird. Mit klein ist hier die Matrizengröße des Faltungskerns gemeint. Die kleineren Faltungskerne werden auch Masken genannt und die Filterung im Ortsraum demzufolge Maskenoperationen. Wird ein Bild mit Seitenlänge N mit einem Kern gleicher Größe gefaltet, so müssen i.a. N^4 Multiplikationen durchgeführt werden. Ist die Maskengröße 3x3 so sind nur mehr $9N^2$ Multiplikationen notwendig.

Abhängig von der Größe der Maske kann zwischen Punktoperationen (Maskengröße 1)– wobei es sich im wesentlichen um Intensitätstransformationen handelt – und eben den Maskenoperationen unterscheiden werden. Wird durch eine Maske eine Faltung implementiert, d.h. der Faltungskern ist konstant, so spricht man von einem linearen Filter. Wird jedoch in dem von der Maske definierten Bildbereich durch den Filter eine Rechenoperation vorgeschrieben, so handelt es sich um einen nichtlinearen Filter.

3.1.3 Punktoperation

Zur Verbesserung des Kontrasts, z.B. in einem unterbelichteten Photo, genügt es oft, in bestimmten Grauwertbereichen den Kontrast zu verstärken. Dazu ist oftmals eine einfache Punktoperation ausreichend. Mathematisch ist die Intensität eines Bildes gegeben durch den Funktionswert $f(x_i, y_j)$ oder einfach r. Eine Punktoperation ist dann durch die Relation

$$s = T(r) \quad , \tag{3.7}$$

wobei die transformierte Intensität mit s bezeichnet wird. Ein einfaches Beispiel ist die Schwellwertbildung

$$s = \left\{ \begin{array}{lcll} T(r) & = & 1, & r \geq T_r \\ T(r) & = & 0, & r < T_r \end{array} \right. \quad . \tag{3.8}$$

Es werden alle Intensitäten im Bild kleiner als der Schwellenwert (Threshold) T_r auf Null gesetzt und alle Werte größer-gleich auf den Wert Eins. Dadurch entsteht ein binäres Bild mit den Werten $(0, 1)$. Um einen großen Wertebereich darzustellen, wird oft auch eine logarithmische Transformation durchgeführt, dadurch kann der Kontrast in verschiedenen Dekaden verstärkt werden. Ein typisches Beispiel dafür ist die Fouriertransformierte. Üblicherweise dominiert der Gleichstromwert die farbcodierte Darstellung und die hochfrequenten Werte mit kleinen Intensitäten sind nicht mehr sichtbar. Durch die logarithmische Darstellung werden beide Frequenzanteile sichtbar.

$$s = log(r) \tag{3.9}$$

Viele Softwarepakete verfügen über die Möglichkeit, interaktiv die Grauwertetabelle zu manipulieren.

3.1.4 Histogramm-basierte Techniken

Die Histogramm-Einebnung (*histogram equalisation*) ist eine mächtige Methode zur Kontrastverbesserung. Die Intensitätswerte werden aufgrund der relativen Häufigkeit des Grauwertes transformiert. Die Häufigkeitsverteilung der Grauwerte ist durch das Histogramm gegeben. Im Histogramm ist zu jedem Grauwert angegeben, wie oft er im Bild enthalten ist. Folgendes C-Code Segment veranschaulicht die Berechnung eines Histogramms:

```
/* a image matrix */
/* histogram vector initialized with 0's */
for (i=0; i<NumberOfLines; i++)
    {
    for (j=0; j<NumberOfColumns; j++)
        {
        histogram[a[i,j]]++;
        }
    }
```

Aufgrund des Histogramms kann das Bild grob charakterisiert werden. Dunkle Bilder zeigen im unteren Teil des Histogramms eine Häufung, helle Bilder im oberen Bereich. Bilder mit ausgeglichener Intensitätsverteilung haben ein gleichverteiltes Histogramm ohne ausgeprägte Maxima. Das Ziel dieser Grauwerttransformation ist es, ein ausgeglichenes Histogramm zu generieren. Dadurch werden Graustufen, die stark besetzt sind und ähnliche Intensitäten aufweisen, d.h. sie sind schlecht unterscheidbar, weiter auseinandergezogen. Ihr Kontrast wird verstärkt.

Der Algorithmus zur Histogramm-Einebnung gliedert sich in folgende Schritte:

1. Ein Bild f besitzt N Grauwerte im Bereich zwischen 0 und 1. Von diesem Bild wird das Histogramm h berechnet.

2. Division des Histogrammvektors h durch die Anzahl der Pixel, dadurch ergibt sich die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines beliebigen Grauwertes i mit $p(i) = h(i)/N$. Die Summe der Wahrscheinlichkeiten $\sum_{i=0}^{N} p(i) = 1$

3. Die Transformation vom Grauwert i zum neuen Grauwert s wird durch die Summe definiert

$$s = \sum_{j=0}^{i} p(j) \quad . \tag{3.10}$$

   Die Transformation ist eine Summe (in diesem Fall das sogenenannte kumulative Histogramm) und somit monoton steigend. Dadurch ist die Zuordnung eindeutig, ein wichtiges Kriterium für eine Intensitätstransformation. Der Maximale Grauwert ergibt sich zu 1. Abbildung 3.3 zeigt die Histogramm-Einebnung und die dazugehörigen Histogramme.

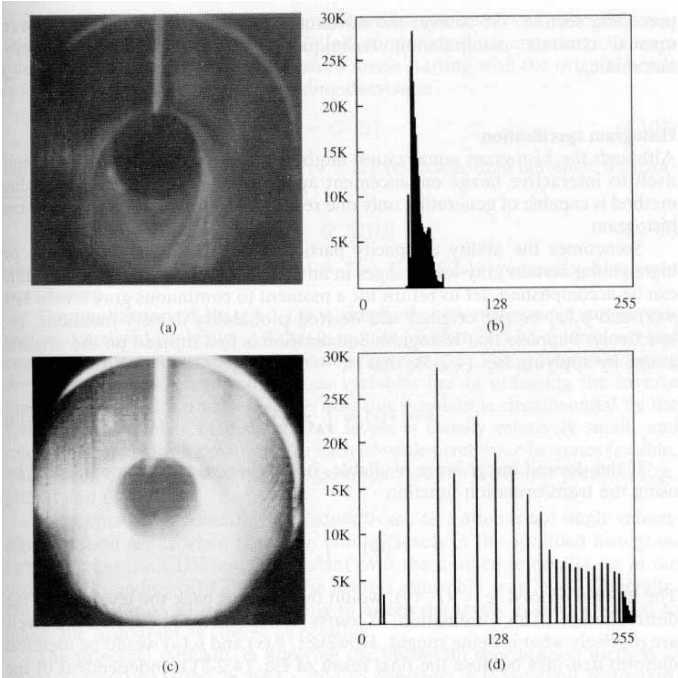

Abbildung 3.3: Kontrastverbesserung durch Histogramm-Einebnung. Im transformierten Bild wird eine kreisförmige Struktur sichtbar

Diese Transformation ist *nichtlinear*, es sollten daher nach dieser Operation keine quantitativen Analysen an dem Bild durchgeführt werden, ohne eine Referenz auf die ursprünglichen Pixelwerte zu haben.

3.1.5 Maskenoperationen

Wie eingangs besprochen, ist die Filterung eines Bildes ebenso im Ortsraum möglich. Dabei wird die Technik der Maskenoperationen angewandt. Ein kleiner Faltungskern, die Maske, wird über das Bild geschoben, was die effiziente Implementierung der Filteroperation erlaubt. Folgendes Stück C-Code veranschaulicht eine derartige Maskenoperation. Über das Bild f wird eine Maske h der Größe 3x3 geschoben

```
/* f image Matrix */
/* h 3x3 mask   */
/* g result image */
for (i=1; i<NumberOfRows-1; i++)
    {
    for (j=1; j<NumberOfColumns-1; j++)
        {
        g[i,j] =h[0,0]*f[i-1,j-1]+h[0,1]*f[i-1,j]+h[0,2]*f[i-1,j+1];
        g[i,j]+=h[1,0]*f[i,j-1]+h[1,1]*f[i,j]+h[1,2]*f[i,j+1];
        g[i,j]+=h[2,0]*f[i+1,j-1]+h[2,1]*f[i+1,j]+h[2,2]*f[i+1,j+1];
```

```
    }
}
```

In diesem Beispiel sind jedoch die Randspalten und –zeilen nicht berücksichtigt. Durch die Belegung der Maske wird die Methode des Filters definiert:

- **Mittelwert**

1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9

  Diser Filter bewirkt eine Mittelung innerhalb der 3er Nachbarschaft des zentralen Pixels unter der Maske. Die Summe der Maskenelemente ist 1, dadurch sind der Mittelwert des gefilterten Bildes und des Originals gleich.

- **Tiefpaß**

0.011	0.084	0.011
0.084	0.619	0.084
0.011	0.084	0.011

  Die Elemente der Maske sind Funktionswerte einer Gaußverteilung. Die Summe ist ebenso wie beim Mittelwert auf 1 normiert.

- **Gradientenfilter**
  Der Gradientenfilter ist der erste aus einer Serie von Hochpassfiltern, die bevorzugt zur Verstärkung von Kanten verwendet werden. Eine Kante ist durch eine Intensitätsänderung im Bild charakterisiert. Betrachtet man das Bild in einem Oberflächenmodel, so hat es gewisse Ähnlichkeiten mit einem Gebirge. Der Gradient ist nichts anderes als die Steigung. Die Steigung auf einem Hang hängt von der Richtung ab. Es gibt eine Richtung der größten Steigung, das ist die Richtung des Gradienten. Dieser Gradient hat zwei Komponenten eine in x-Richtung und eine in y-Richtung, d_x und d_y. Die Länge des Gradienten ist die Größe der Steigung. Diese Länge läßt sich durch den Ausdruck

$$grad = |d_x| + |d_y| \tag{3.11}$$

  abschätzen. Die Komponenten d_x und d_y lassen sich durch Differenzbildung benachbarter Pixel in die jeweilige Richtung bilden. Daraus ergibt sich für den Gradientenoperator

$$g(x,y) = |f(x,y) - f(x+1,y)| + |f(x,y) - f(x,y+1)| \tag{3.12}$$

Es wird die Differenz zwischen dem linken oberen Pixel und den Nachbarn rechts und unten gebildet und addiert. Ein weiterer gebräuchlicher Operator ist der Robertsoperator. Er verwendet die Differenzen aus diagonal gegenüberliegenden Pixeln

$$g(x, y) = |f(x, y) - f(x + 1, y + 1)| + |f(x + 1, y) - f(x, y + 1)| \quad (3.13)$$

Weitere Filteroperation werden im Kapitel über die Segmentierung vorgestellt.

3.2 Nichtlineare Filter

Eine weitere Klasse von Maskenoperatoren ist durch die nichtlinearen Filter definiert. Diese Filter lassen sich nicht durch einen linearen Operator implementieren, sondern es wird eine Rechenvorschrift innerhalb der Pixel, die durch die Maske festgelegt werden definiert. Ein Beispiel ist der Medianfilter.

3.2.1 Medianfilter

Ein typischer nichtlinearer Filter ist der Medianfilter. Dieser Filter wird zur Beseitigung von „Ausreißern“ benutzt. Ein Ausreißer ist ein isolierter, unstetiger Funktionswert, entweder eine Zacke, oder eine Fehlstelle. Der Median ist im Unterschied zum Mittelwert, $\bar{f} = 1/N \sum f_i$, der mittlere Wert der Funktionswerte f_i. Ist eine Anzahl von 5 Werten f_i mit $i = 1..5$ gegeben, so werden die Werte der Größe nach geordnet und der 3. Wert ist der Median.

Beispiel: Es sind die Werte $[7, 3, 11, 4, 30]$ gegeben. Durch das Ordnen erhält man die Sequenz $[3, 4, 7, 11, 30]$ und der Median ist der Wert 7. Der Mittelwert wäre hingeben durch $(7 + 3 + 11 + 4 + 30)/5 = 11$ gegeben.

Ist eine Sequenz monoton steigend oder fallend, so wird sie durch den Median nicht verändert. Der Medianfilter eignet sich, um sogenanten „Salt & Pepper“-Noise aus einem Bild zu entfernen.