

# Digitalisierung

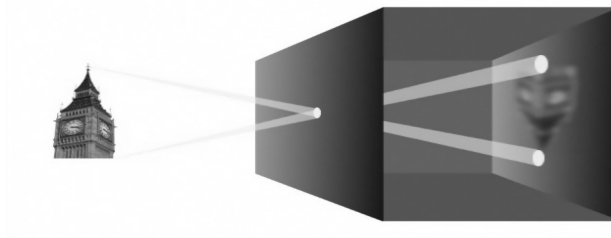
Vorlesung FH-Hagenberg  
DSB

Digitale Signal & Bildverarbeitung

Werner Backfrieder

## Abbildungssysteme

- Camera obscura einfachstes Abbildungssystem
- bekannt seit dem Altertum
- Licht fällt durch eine Lochblende in das Innere einer abgedunkelten Kammer (camera obscura)
- Objekt wird an der Hinterwand abgebildet

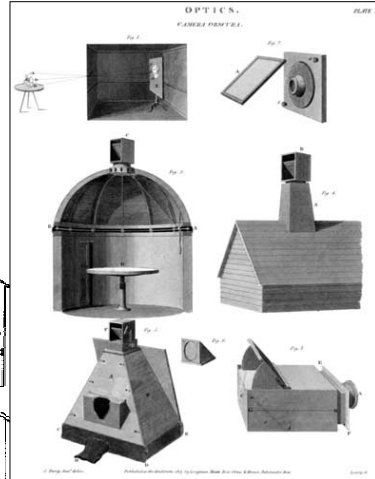
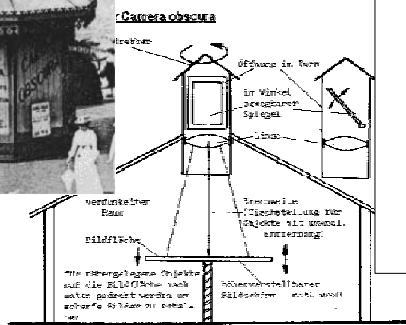


Digitale Signal & Bildverarbeitung

Werner Backfrieder

# Camera Obscura, historisch

Verschiedene Bauarten vom Tischgerät bis zum Gebäude als Attraktion im Vergnügungspark



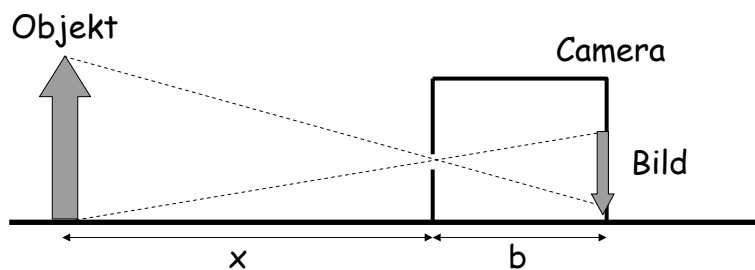
Digitale Signal & Bildverarbeitung

Werner Backfrieder

## Abbildungssysteme

- Camera Obscura
  - Seit Altertum, Abbildung durch Lochblende, verkehrt und verkleinert

$$z_1 = \frac{b \cdot z}{x}$$



Digitale Signal & Bildverarbeitung

Werner Backfrieder

## Grauwertbilder: Modell

- physikalisch
  - materialbedingte Reflexion von Lichtquanten (-wellen) wird als Helligkeit wahrgenommen
  - reflektierte Intensität bestimmt den Helligkeitswert (=Grauwert)
  - Grauwertspektrum: von *schwarz über Graustufen bis weis*.
  - z.B. Scanner: reflektiertes Licht wird durch Photodiode in Strom umgewandelt, Stromstärke proportional zum Grauwert

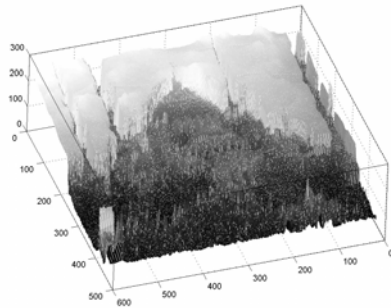
## Grauwertbild: Modell

- mathematische Formulierung
  - jedem Punkt  $(x,y)$  wird ein Grauwert zugeordnet
  - skalare Funktion in zwei Variablen (Koordinaten)

$$f : R^2 \rightarrow R, \quad z = f(x, y)$$

- $z$  ... Grauwert (Skalar)
- $(x,y)$  .... Koordinaten des Punktes
  - $x \in [0,B]$ ,  $y \in [0,H]$ , B...Breite, H...Höhe
- Koordinatensysteme:
  - Ursprung LO Bildschirmkoordinaten
  - Ursprung LU mathematische Koordinaten

## Darstellung skalarer Funktionen (Bilder)



Reliefdarstellung

Grauwert- oder  
Falschfarbendarstellung

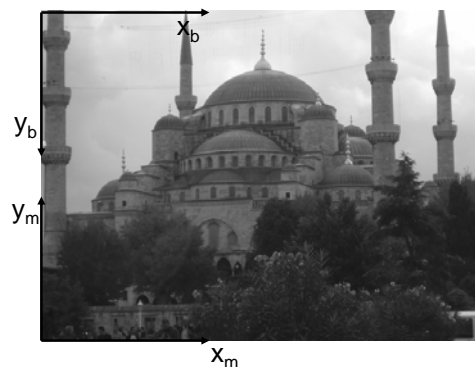


Digitale Signal & Bildverarbeitung

Werner Backfrieder

## Koordinatensysteme

Bildschirmkoordinaten  $(x_b, y_b)$ , Ursprung links oben (LO), wird auch für Matrizespeicherung in Zeilen und Spalten verwendet.



Relationen :

$$x_m = x_b$$

$$y_m = H - y_b$$

H ... Bildhöhe

Mathematisches Koordinatensystem  $(x_m, y_m)$ , Ursprung linke untere Ecke (LU)

Digitale Signal & Bildverarbeitung

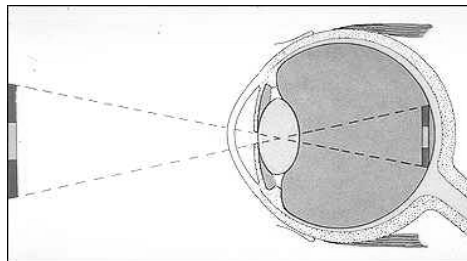
Werner Backfrieder

## Problem

- mathematische Formulierung  $f(x,y)$  besitzt „unendlich“ viele Bildpunkte
- Graustufen kontinuierlich => „unendlich“ viele Graustufen
- => computergestützte Verarbeitung benötigt bestimmte Digitalisierung (Quantisierung) der Bildinhalte
- Unsere Wahrnehmung benützt eine „biologische“ Digitalisierung

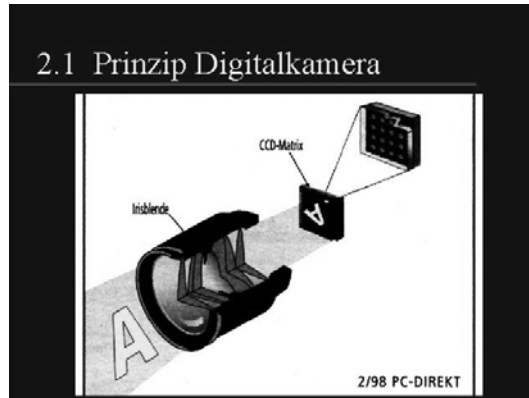
## Auge

- Abbildungssystem bestehend aus:  
Hornhaut, Linse, Netzhaut (Stäbchen=Grau-Sehen,  
Zäpfchen=Farb-Sehen)



## Digitale Kamera

- Digitalisierung eines Bildes durch CCD-Array (Charge coupled device)



Digitale Signal & Bildverarbeitung

Werner Backfrieder

## Sampling

- Digitalisierung: kontinuierliches -> diskretes Modell
- Örtliche Digitalisierung
  - Funktionswerte  $f$  werden nur an bestimmten Positionen  $(x_i, y_j)$  berücksichtigt.
  - Bild  $B$  wird durch Menge von 3-fach Tupel beschrieben

$$B = \{(f_n, x_n, y_n) \mid f_n = f(x_n, y_n), x_n \in [0, x_{\max}], y_n \in [0, y_{\max}], n \in [1, N]\}$$

- Bildwerte werden üblicherweise in einem regelmäßigen Gitter  $G$  strukturiert

$$X = \{x_i \mid x_i = i \cdot \Delta x, i \in [0, I - 1]\}$$

$$Y = \{y_j \mid y_j = j \cdot \Delta y, j \in [0, J - 1]\}$$

$$G = X \times Y$$

Digitale Signal & Bildverarbeitung

Werner Backfrieder

## Wie oft abtasten?

- Nyquist'sches Sampling Theorem:

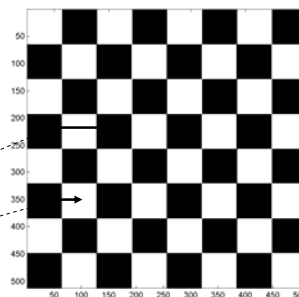
*Um ein Bild ohne Informationsverlust zu digitalisieren, muß die Abtast-frequenz doppelt so hoch wie die Grenzfrequenz gewählt werden.*

## Erklärung

- $f = 1/T$ 
  - F ... Frequenz
  - T ... Periodendauer(Abtastintervall)
- $f_N = 1/(2 \cdot T)$ 
  - Nyquistfrequenz

kleinste Periode

Abtastintervall



## Digitalisierung/2

- Quantisierung (Werte-Digitalisierung)
  - zB. Stromstärke der Photodiode wird im AD-Wandler in einen digitalen Wert umgeformt
  - kontinuierlicher Wert auf einen Wertebereich der Basis 2 abgebildet.

$$[f(x_i, y_j)] \rightarrow \sum_{k=0}^K a_k \cdot 2^k$$

- [z] größte ganze Zahl < z
- K=0      binäres Bild 2 Werte {0,1} oder SW
- K=7      8 Bit Grauwerte [0,255]
- K=15     16 Bit Grauwerte      [0,65535]
  
- Farbbild Vektor mit 3 Farbkanälen (R,G,B) mit 8 Bit/Kanal

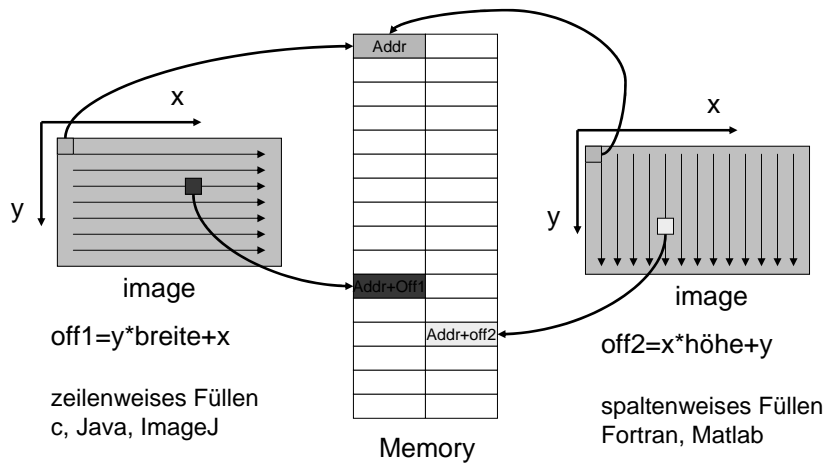
## Datenstrukturen

- Aufgrund der Anordnung auf einem regelmäßigen Gitter ist die Position eines Bildpunktes definiert durch:
  - Ausdehnung des Bildelements ( $\Delta x, \Delta y$ )
  - Anzahl der Bildelemente in horizontaler (Breite) und vertikaler Richtung (Höhe)
  - Index bei zeilen- oder spaltenweiser Anordnung
  - => Positionsdaten redundant
- Mindestanforderung für Persistierung
  - Header-Information: Pixeldimension, Höhe, Breite, Speichertiefe
  - Raw-Data: Pixelstream

Bildelement = Picture Element = Pixel



## Datenstrukturen/2



Digitale Signal & Bildverarbeitung

Werner Backfrieder

## Speicheraufwand

- Seite A4 (21x 29,9 cm<sup>2</sup>)
- 300dpi
- RGB
- $21/2,54 \cdot 300 \cdot 29,9/2,54 \cdot 300 \cdot 3 \sim 25\text{MB}$
- 8Bit Grauwert  $\sim 8,5\text{MB}$
- Binary (Schrift)  $\sim 1\text{MB}$

Digitale Signal & Bildverarbeitung

Werner Backfrieder

## Operatoren auf Bilder

- Folgende Operatoren werden pixel-weise angewandt
- Arithmetisch:  $p+q$ ,  $p-q$ ,  $p*q$ ,  $p/q$
- Logisch:  $p \text{ AND } q$ ,  $p \text{ OR } q$ ,  $\text{NOT } q$ ,  $p \text{ XOR } q$

Anmerkung: Beispiele

Digitale Signal & Bildverarbeitung

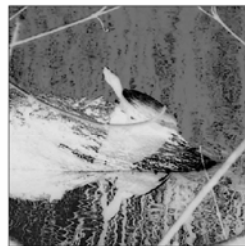
Werner Backfrieder

## Beispiel 1

Kontrastinversion durch Subtraktion von einem Skalar



A



$A1=(\max(A)-A)$

Digitale Signal & Bildverarbeitung

Werner Backfrieder

## Beispiel 2

Bildaufhellung durch Multiplikation mit einem Skalar.  
Untenstehende Grauwerteskala stellt die Pixelwerte aus dem Bereich 0 bis 64 linear dar.



A



$A_1 = A * 1.5$

## Beispiel 3

Überblenden durch Addition



A

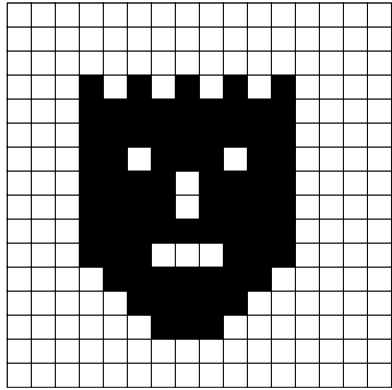


B



$C = A + B$

## Beispiel 4

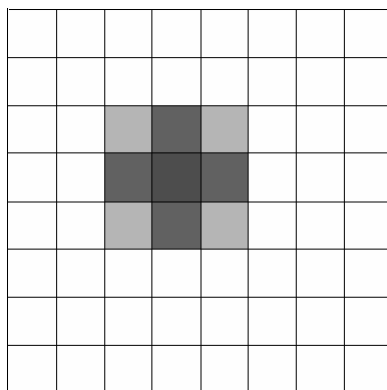


A	B	AxorB
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	0

Digitale Signal & Bildverarbeitung

Werner Backfrieder

## Nachbarschaftsrelationen



Pixel  $q$   
Vierer-Nachbar  $N_4$   
Diagonal-Nachbar  $N_D$   
 $N_8 = N_4 + N_D$

Digitale Signal & Bildverarbeitung

Werner Backfrieder

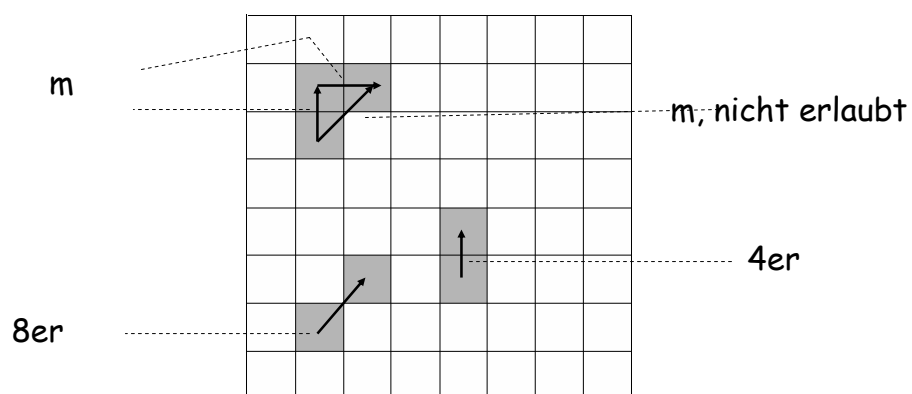
## Nachbarschaftsrelationen (Connectivity)

- 4er
  - $p, q$  in  $V$  und  $q$  ist 4er Nachbar von  $p$
- 8er
  - $p, q$  in  $V$  und  $q$  ist 8er Nachbar von  $p$
- mixed
  - $p, q$  in  $V$ ,  $q$  in  $N_4(p)$  oder  $q$  in  $N_D(p)$  sowie  $N_4(p)$  und  $N_4(q)$  schneiden sich nicht

Digitale Signal & Bildverarbeitung

Werner Backfrieder

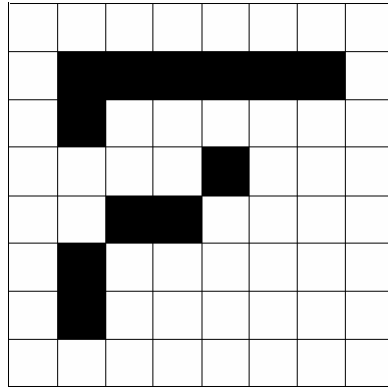
## Connectivity



Digitale Signal & Bildverarbeitung

Werner Backfrieder

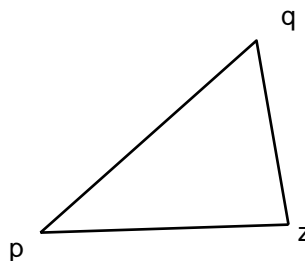
## Pfade



Zwischen Pixel  $p$  und  $q$  existiert ein Pfad, wenn eine Folge von Pixeln existiert, die bei vorgegebener Connectivity beide Pixel verbindet.

## Abstand-Bedingungen

- Folgende Bedingungen müssen erfüllt sein, um einen Abstand zwischen den Pixeln  $p$  und  $q$  zu definieren:
- $d(p,q) \geq 0$ ;
- $d(p,q) = d(q,p)$
- $d(p,q) \leq d(p,z) + d(z,q)$ 
  - „Dreiecksungleichung“



## Abstands-Normen

- Euklid

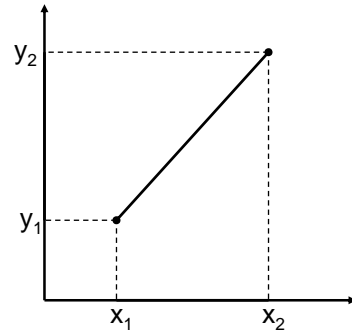
$$d = ((x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2)^{1/2}$$

- Manhattan

$$d = |x_2 - x_1| + |y_2 - y_1|$$

- Schachbrett

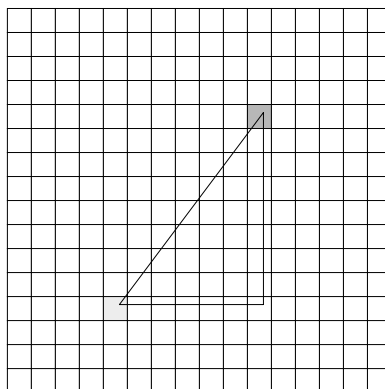
$$d = \max(|x_2 - x_1|, |y_2 - y_1|)$$



Digitale Signal & Bildverarbeitung

Werner Backfrieder

## Beispiel: Abstandsnormen



Euklid=10pix

Manhattan=14x

Checkerboard=8pix

Digitale Signal & Bildverarbeitung

Werner Backfrieder

## Beispiel 4

