

Digitalisierung

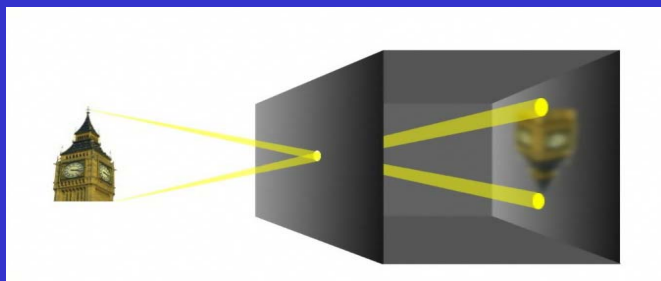
Vorlesung FH-Hagenberg
MBI

Biomedizinische Bildverarbeitung

Werner Backfrieder

Abbildungssysteme

- Camera obscura einfachstes Abbildungssystem
- bekannt seit dem Altertum
- Licht fällt durch eine Lochblende in das Innere einer abgedunkelten Kammer (camera obscura)
- Objekt wird an der Hinterwand abgebildet

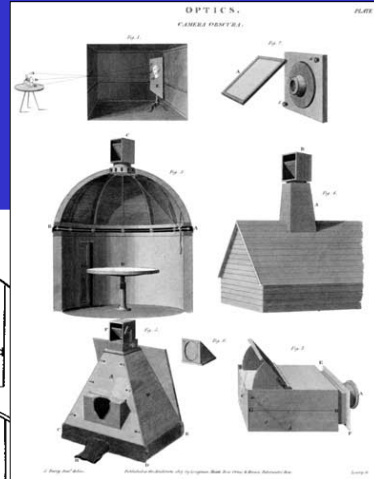
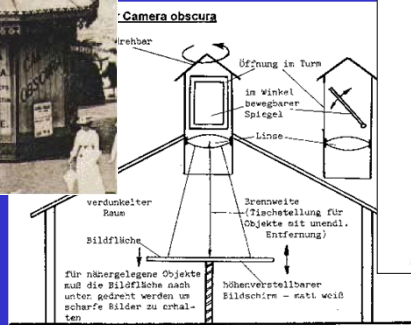


Digitale Signal & Bildverarbeitung

Werner Backfrieder

Camera Obscura, historisch

Verschiedene Bauarten vom Tischgerät bis zum Gebäude als Attraktion im Vergnügungspark

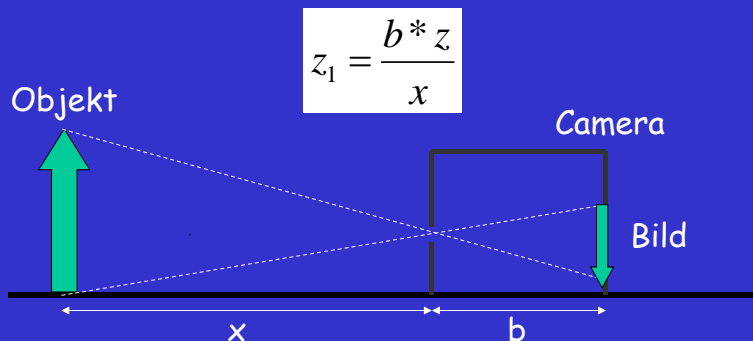


Digitale Signal & Bildverarbeitung

Werner Backfrieder

Abbildungssysteme

- Camera Obscura
 - Seit Altertum, Abbildung durch Lochblende, verkehrt und verkleinert



Medizinische Bildverarbeitung

Werner Backfrieder

Grauwertbilder: Modell

- physikalisch
 - materialbedingte Reflexion von **Lichtquanten (-wellen)** wird als Helligkeit wahrgenommen
 - reflektierte Intensität bestimmt den Helligkeitswert (=Grauwert)
 - Grauwertspektrum: von *schwarz über Graustufen bis weiß*.
 - z.B. Scanner: reflektiertes Licht wird durch Photodiode in Strom umgewandelt, Stromstärke proportional zum Grauwert

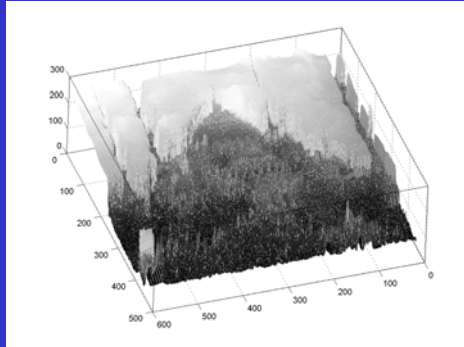
Grauwertbild: Modell

- mathematische Formulierung
 - jedem Punkt (x,y) wird ein Grauwert zugeordnet
 - skalare Funktion in zwei Variablen (Koordinaten)

$$f : R^2 \rightarrow R, \quad z = f(x, y)$$

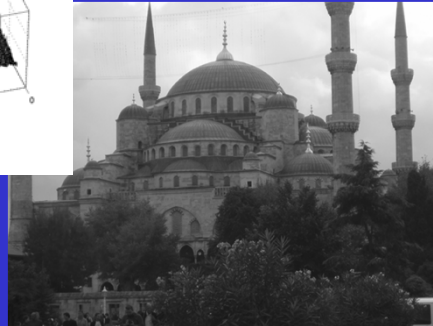
- z ... Grauwert (Skalar)
- (x,y) Koordinaten des Punktes
 - $x \in [0, B]$, $y \in [0, H]$, B...Breite, H...Höhe
- Koordinatensysteme:
 - Ursprung LO Bildschirmkoordinaten
 - Ursprung LU mathematische Koordinaten

Darstellung skalarer Funktionen (Bilder)



Reliefdarstellung

Grauwert- oder
Falschfarbendarstellung



Koordinatensysteme

Bildschirmkoordinaten (x_b, y_b) , Ursprung links oben (LO), wird auch für Matrizespeicherung in Zeilen und Spalten verwendet.



Relationen :

$$x_m = x_b$$

$$y_m = H - y_b$$

H ... Bildhöhe

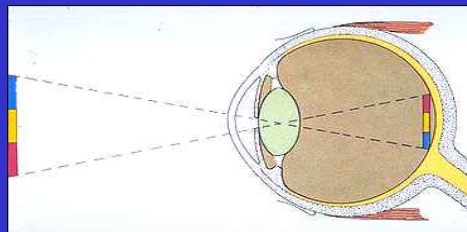
Mathematisches Koordinatensystem (x_m, y_m) , Ursprung linke untere Ecke (LU)

Problem

- mathematische Formulierung $f(x,y)$ besitzt „unendlich“ viele Bildpunkte
- Graustufen kontinuierlich => „unendlich“ viele Graustufen
- => computergestützte Verarbeitung benötigt bestimmte Digitalisierung (Quantisierung) der Bildinhalte
- Unsere Wahrnehmung benützt eine „biologische“ Digitalisierung

Auge

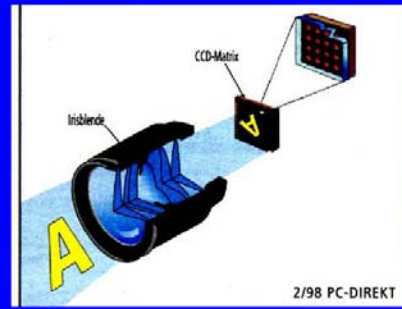
- Abbildungssystem bestehend aus:
Hornhaut, Linse, Netzhaut (Stäbchen=Grau-Sehen,
Zapfen=Farb-Sehen)



Digitale Kamera

- Digitalisierung eines Bildes durch CCD-Array (Charge coupled device)

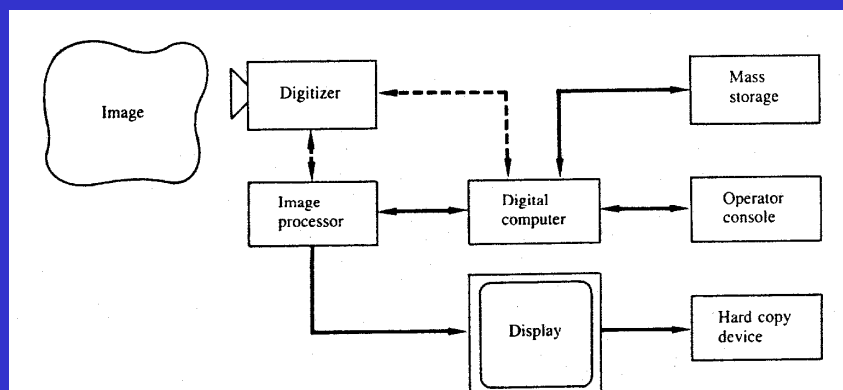
2.1 Prinzip Digitalkamera



Medizinische Bildverarbeitung

Werner Backfrieder

Digitales Abbildungssystem



Medizinische Bildverarbeitung

Werner Backfrieder

Sampling

- Digitalisierung
- Örtliche Digitalisierung
 - Bildwerte werden auf (un)regelmäßigem Gitter gespeichert (örtliche Auflösung)
- Quantitative Digitalisierung
 - Bildwert wird quantisiert, d.h. Speichertiefe wird festgelegt
 - 8 Bit Grauwert, 24 Bit Farbe, ...

Medizinische Bildverarbeitung

Werner Backfrieder

Sampling

- Digitalisierung: kontinuierliches -> diskretes Modell
- Örtliche Digitalisierung
 - Funktionswerte f werden nur an bestimmten Positionen (x_i, y_j) berücksichtigt.
 - Bild B wird durch Menge von 3-fach Tupel beschrieben

$$B = \{(f_n, x_n, y_n) \mid f_n = f(x_n, y_n), x_n \in [0, x_{\max}], y_n \in [0, y_{\max}], n \in [1, N]\}$$

- Bildwerte werden üblicherweise in einem regelmäßigen Gitter G strukturiert

$$X = \{x_i \mid x_i = i \cdot \Delta x, i \in [0, I - 1]\}$$

$$Y = \{y_j \mid y_j = j \cdot \Delta y, j \in [0, J - 1]\}$$

$$G = X \times Y$$

Digitale Signal & Bildverarbeitung

Werner Backfrieder

Wie oft abtasten?

- Nyquist'sches Sampling Theorem:

Um ein Bild ohne Informationsverlust zu digitalisieren, muß die Abtastfrequenz doppelt so hoch wie die Grenzfrequenz gewählt werden.

Medizinische Bildverarbeitung

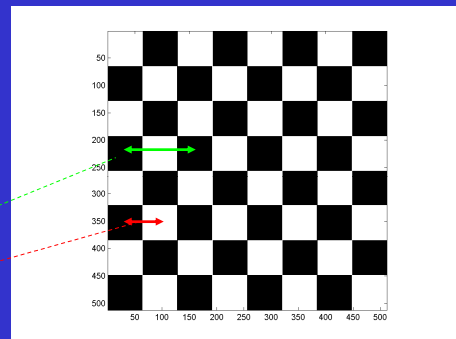
Werner Backfrieder

Erklärung

- $f = 1/T$
 - F ... Frequenz
 - T ... Periodendauer(Abtastintervall)
- $f_N = 1/(2 \cdot T)$
 - Nyquistfrequenz

kleinste Periode

Abtastintervall



Medizinische Bildverarbeitung

Werner Backfrieder

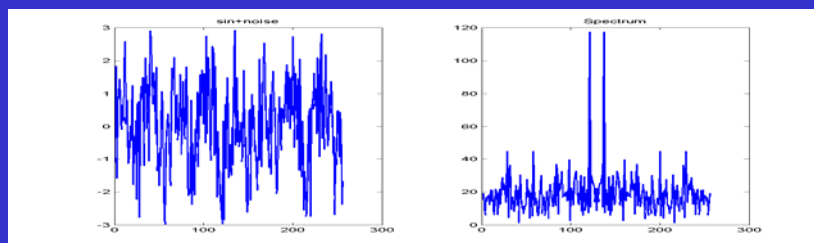
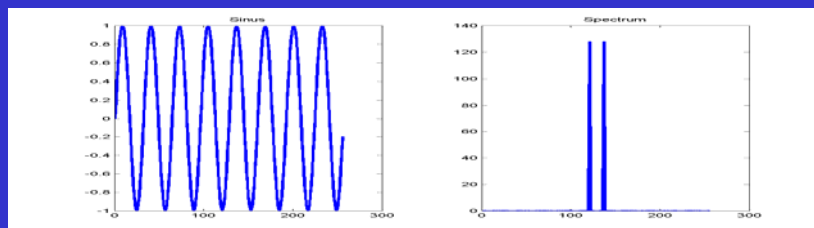
Fourier-Transformation

- 1D Fouriertransformation
 - zeitliche Signale
 - Zeilen-Profil in Bildern
- Signal zusammengesetzt aus Schwingungen
- Berechnung der „Stärke“ der einzelnen Frequenzen

Medizinische Bildverarbeitung

Werner Backfrieder

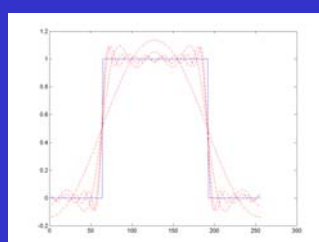
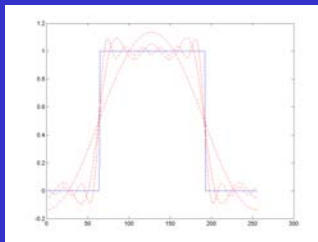
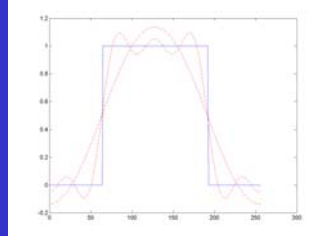
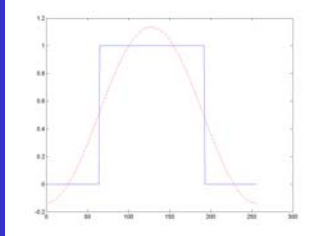
Beispiele



Medizinische Bildverarbeitung

Werner Backfrieder

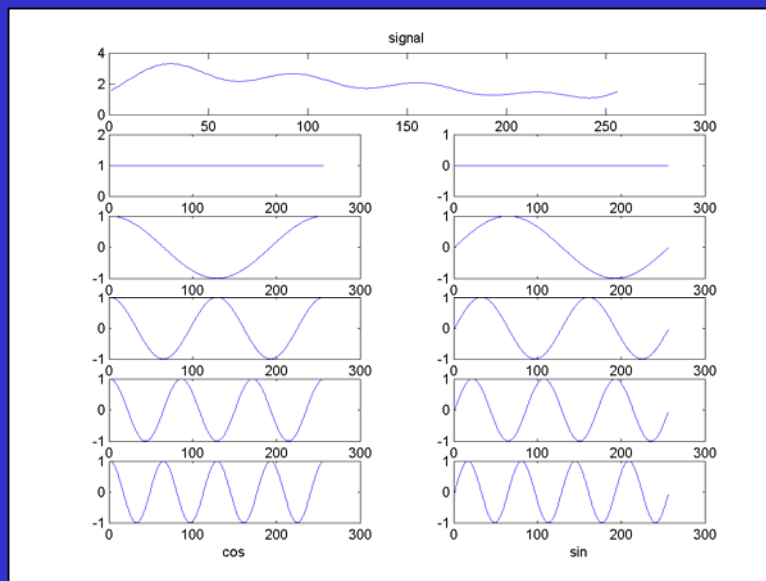
Rechteck als Summe



Medizinische Bildverarbeitung

Werner Backfrieder

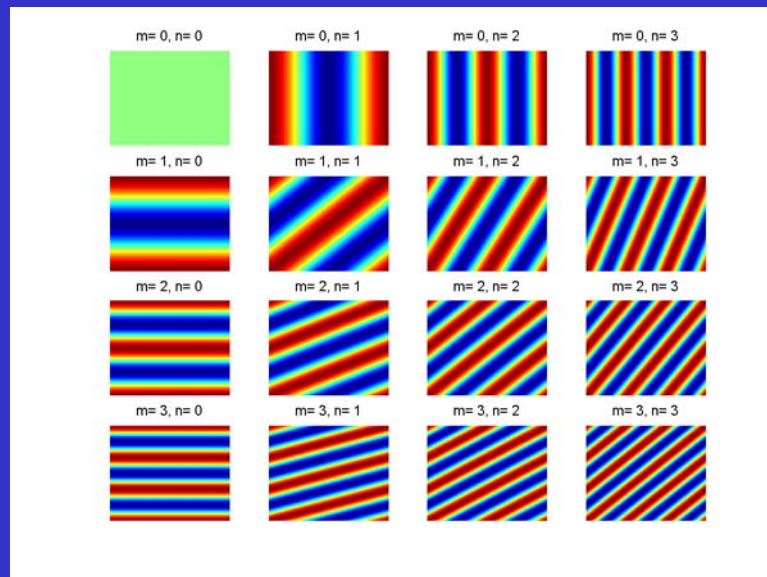
Beispiel:



Medizinische Bildverarbeitung

Werner Backfrieder

2D-Basisfunktionen



Medizinische Bildverarbeitung

Werner Backfrieder

Eigenschaften der Fouriertransformation

- Linearität

$$\mathcal{F}(a \cdot f(x) + b \cdot g(x)) = a \cdot F(\omega) + b \cdot G(\omega)$$

- Translationsinvarianz

$$\mathcal{F}f(x + d) = e^{2\pi i d \omega} F(\omega)$$

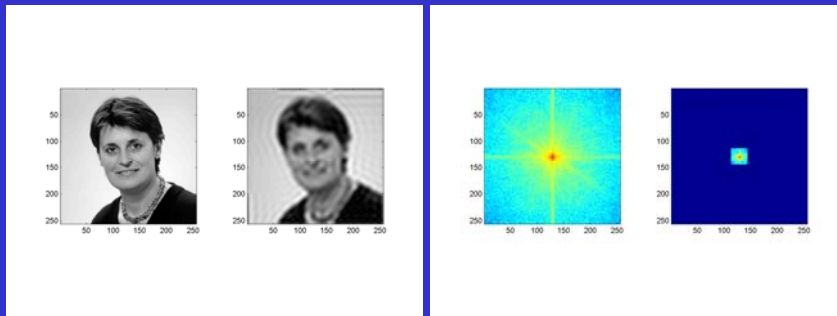
- Skalierbarkeit

$$\mathcal{F}f(T \cdot x) = \frac{1}{T} F(\omega/T)$$

Medizinische Bildverarbeitung

Werner Backfrieder

Tiefe Frequenzen \leftrightarrow Glatte Strukturen



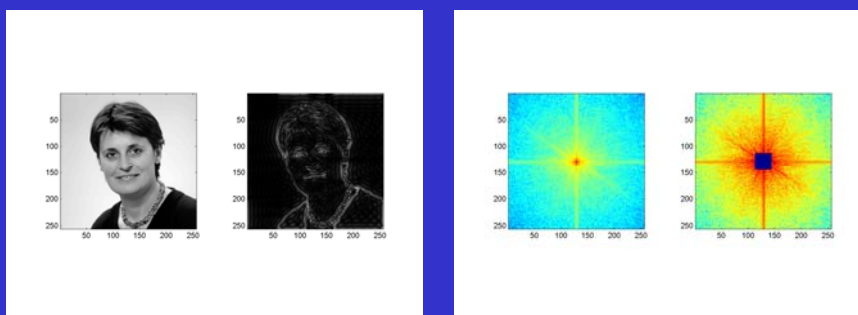
Ortsraum=Image domain

Frequenzraum

Medizinische Bildverarbeitung

Werner Backfrieder

Hohe Frequenzen \leftrightarrow Kanten



Ortsraum=Image domain

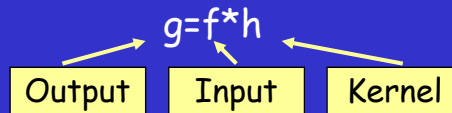
Frequenzraum

Medizinische Bildverarbeitung

Werner Backfrieder

Faltung

Operation auf zwei Funktionen f und h



Rechenregeln

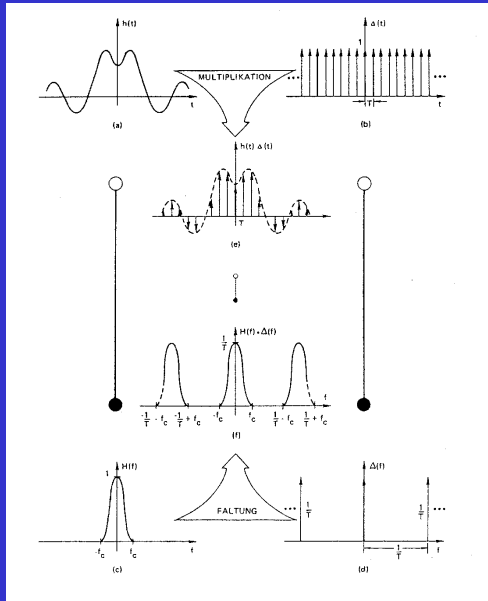
1. Spiegelung des Faltungskerns $h \rightarrow h'$
2. Verschieben von h'
3. Multiplikation von f und h'
4. Integration über Produkt aus f, h'

Faltungstheorem

Der Faltung zweier Funktionen im Ortsraum entspricht die Multiplikation ihrer Fouriertransformierten im Frequenzraum.

$g * h \xleftrightarrow{\mathcal{F}} G \cdot H$

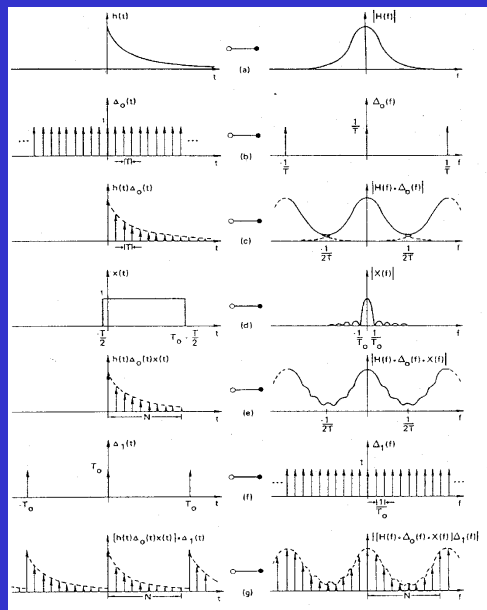
$\xleftarrow{\mathcal{F}^{-1}}$



Sampling: bandbegrenzte Funktion

Medizinische Bildverarbeitung

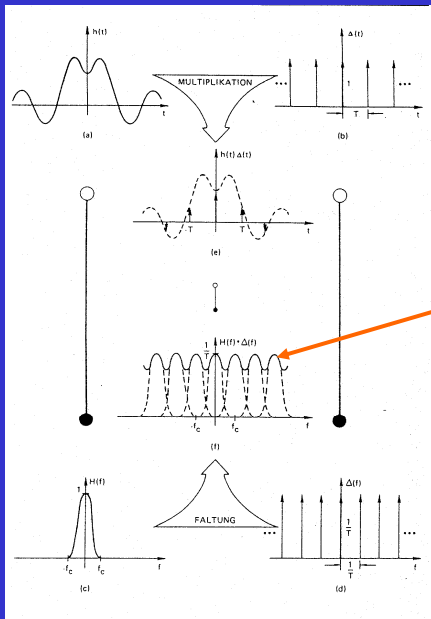
Werner Backfrieder



Aliasing

Medizinische Bildverarbeitung

Werner Backfrieder



Undersampling

Medizinische Bildverarbeitung

Werner Backfrieder

Digitalisierung/2

- Quantisierung (Werte-Digitalisierung)
 - zB. Stromstärke der Photodiode wird im AD-Wandler in einen digitalen Wert umgeformt
 - kontinuierlicher Wert auf einen Wertebereich der Basis 2 abgebildet.

$$[f(xi, yj)] \rightarrow \sum_{k=0}^K a_k \cdot 2^k$$

- [z] größte ganze Zahl < z
- K=0 binäres Bild 2 Werte {0,1} oder SW
- K=7 8 Bit Grauwerte [0,255]
- K=15 16 Bit Grauwerte [0,65535]
- Farbbild Vektor mit 3 Farbkanälen (R,G,B) mit 8 Bit/Kanal

Medizinische Bildverarbeitung

Werner Backfrieder

Datenstrukturen

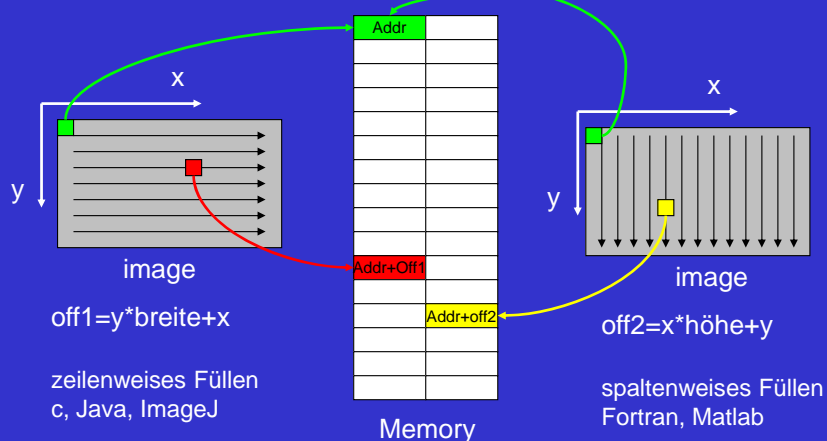
- Aufgrund der Anordnung auf einem regelmäßigen Gitter ist die Position eines Bildpunktes definiert durch:
 - Ausdehnung des Bildelements ($\Delta x, \Delta y$)
 - Anzahl der Bildelemente in horizontaler (**Breite**) und vertikaler Richtung (**Höhe**)
 - **Index** bei zeilen- oder spaltenweiser Anordnung
 - => Positionsdaten redundant
- Mindestanforderung für Persistierung
 - Header-Information: Pixeldimension, Höhe, Breite, Speichertiefe
 - Raw-Data: Pixelstream

Bildelement = Picture Element = Pixel

Medizinische Bildverarbeitung

Werner Backfrieder

Datenstrukturen/2



Medizinische Bildverarbeitung

Werner Backfrieder

Speicheraufwand

- Seite A4 (21x 29,9 cm²)
- 300dpi
- RGB
- $21/2,54 * 300 * 29,9/2,54 * 300 * 3 \sim 25\text{MB}$
- 8Bit Grauwert $\sim 8,5\text{MB}$
- Binary (Schrift) $\sim 1\text{MB}$

Operatoren auf Bilder

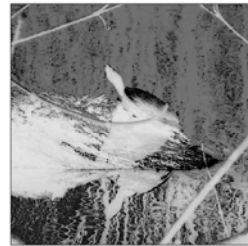
- Folgende Operatoren werden pixelweise angewandt
- Arithmetisch: $p+q$, $p-q$, $p*q$, p/q
- Logisch: $p \text{ AND } q$, $p \text{ OR } q$, $\text{NOT } q$, $p \text{ XOR } q$

Beispiel 1

Kontrastinversion durch Subtraktion von einem Skalar



A



$A1=(\max(A)-A)$

Medizinische Bildverarbeitung

Werner Backfrieder

Beispiel 2

Bildaufhellung durch Multiplikation mit einem Skalar.
Untenstehende Grauwerteskala stellt die Pixelwerte
aus dem Bereich 0 bis 64 linear dar.



A



$A1=A*1.5$

Medizinische Bildverarbeitung

Werner Backfrieder

Beispiel 3

Überblenden durch Addition



A



B

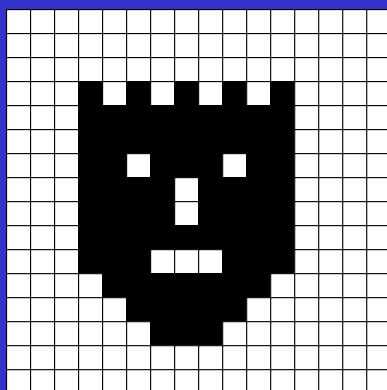


$C=A+B$

Medizinische Bildverarbeitung

Werner Backfrieder

Beispiel 4

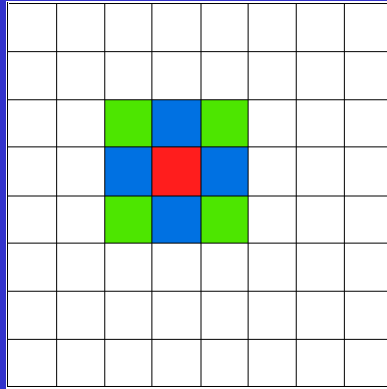


A	B	$A \text{ xor } B$
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	0

Medizinische Bildverarbeitung

Werner Backfrieder

Nachbarschaftsrelationen

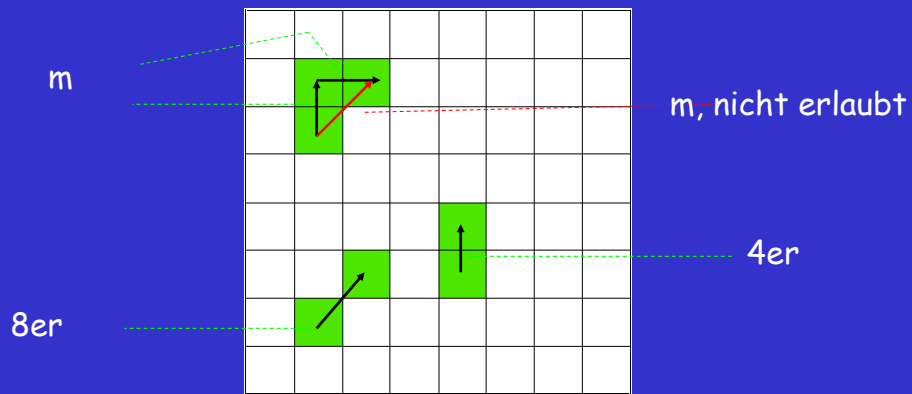


Pixel q
Vierer-Nachbar N_4
Diagonal-Nachbar N_D
 $N_8 = N_4 + N_D$

Connectivity

- 4er
 - p, q in V und q ist 4er Nachbar von p
- 8er
 - p, q in V und q ist 8er Nachbar von p
- mixed
 - p, q in V , q in $N_4(p)$ oder q in $N_D(p)$ sowie $N_4(p)$ und $N_4(q)$ schneiden sich nicht

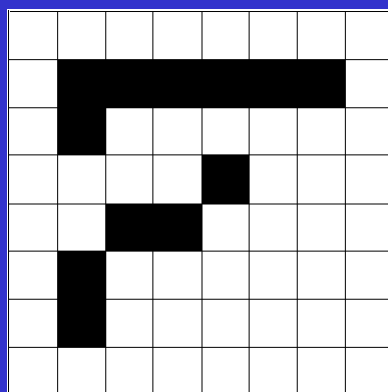
Connectivity



Medizinische Bildverarbeitung

Werner Backfrieder

Pfade



Zwischen Pixel p und q existiert ein Pfad, wenn eine Folge von Pixeln existiert, die bei vorgegebener Connectivity beide Pixel verbindet.

Medizinische Bildverarbeitung

Werner Backfrieder

Abstand-Bedingungen

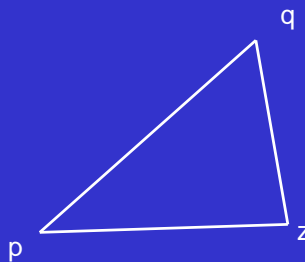
- Folgende Bedingungen müssen erfüllt sein, um einen Abstand zwischen den Pixeln p und q zu definieren:
- $d(p,q) \geq 0$;
- $d(p,q) = d(q,p)$
- $d(p,q) \leq d(p,z) + d(z,q)$
 - „Dreiecksungleichung“

Abstands-Normen

- Euklid
 $d = ((x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2)^{1/2}$
- Manhattan
 $d = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$
- Schachbrett
 $d = \max(|x_1 - x_2|, |y_1 - y_2|)$

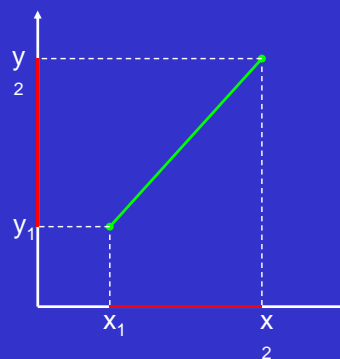
Abstand-Bedingungen

- Folgende Bedingungen müssen erfüllt sein, um einen Abstand zwischen den Pixeln p und q zu definieren:
- $d(p,q) \geq 0$;
- $d(p,q) = d(q,p)$
- $d(p,q) \leq d(p,z) + d(z,q)$
 - „Dreiecksungleichung“

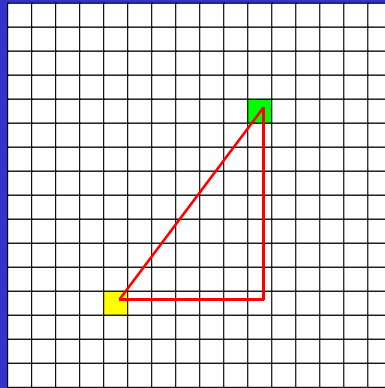


Abstands-Normen

- **Euklid**
 $d = ((x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2)^{1/2}$
- **Manhattan**
 $d = |x_2 - x_1| + |y_2 - y_1|$
- **Schachbrett**
 $d = \max(|x_2 - x_1|, |y_2 - y_1|)$



Beispiel: Abstandsnormen



Euklid=10pix

Manhattan=14pix

Checkerboard=8pix

Take Home Message

- Abbildungsgleichung
- Koordinatensysteme
- Digitalisierung (örtlich und quantitativ)
- Speichermodell für Bilder
- Nachbarschaftsrelationen (Pfade, Abstandsmaße)
- Operatoren auf Bilder